

# 「超伝導量子コンピュータの物理」の誤り訂正

神楽坂基礎研究所 Squary<sup>†</sup>

2018年10月14日

本書内に誤りがございました。下記の通りお詫びして訂正致します。

## 1 初版

次ページ以降に記載の補足と合わせてご確認ください。

### 1.1 正誤表

表 1 正誤表 (初版)

該当箇所	誤	正
4 ページ 15–16 行	高いしきい値や多くの量子ビット	しきい値や必要な量子ビット数
5 ページ 12–13 行	一般化座標 $p_i$ と一般化運動量 $q_i$	一般化座標 $q_i$ と一般化運動量 $p_i$
12 ページ 脚注 3	(脚注の式を利用していないため削除)	
24 ページ 式 3.36	$e^{i\hat{\phi}} = \sum_n  n\rangle\langle n+1 ,$ $e^{-i\hat{\phi}} = \sum_n  n+1\rangle\langle n $	$e^{i\hat{\phi}} = \sum_n  n+1\rangle\langle n ,$ $e^{-i\hat{\phi}} = \sum_n  n\rangle\langle n+1 $
27 ページ 式 3.43	$\sigma_y = \cdots = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\sigma_y = \cdots = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$
29 ページ 式 3.55	$\hat{\phi} = -\left(\frac{2E_c}{E_J}\right)^{1/4} \sigma_y$	$\hat{\phi} = \left(\frac{2E_c}{E_J}\right)^{1/4} \sigma_y$
30 ページ 式 3.56	$-4E_c n_g \left(\frac{E_J}{2E_c}\right) \sigma_x$	$-4E_c n_g \left(\frac{E_J}{2E_c}\right)^{1/4} \sigma_x$
33 ページ 脚注 14	$\sigma_{\pm} = (\sigma_x \pm \sigma_y)/2$	$\sigma_{\pm} = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$
35 ページ 式 3.86	(以下の公式を脚注として追加)	
	$[AB, CD] = A[B, C]D + AC[B, D] + [A, C]DB + C[A, D]B$	
37 ページ 式 3.98	$-\frac{E_c}{2} (b^\dagger b)^4$	$-\frac{E_c}{2} (b^\dagger b)^2$
40 ページ 式 4.6	$R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_x/2}$	$R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_y/2}$
45 ページ 式 4.31	( $i \neq j$ であることを追記 )	
45 ページ 式 4.33	$\mathcal{H}_0 + \frac{1}{2} \hbar g_1 g_2 \cdots$	$\mathcal{H}'_0 + \frac{1}{2} \hbar g_1 g_2 \cdots$
	(補足 1 参照)	

(次ページに続く)

<sup>†</sup> <https://squarylium.github.io/>

該当箇所		誤	正
46 ページ	1 行	量子ビットを直接した	量子ビットを結合した
46 ページ	式 4.41	$e^{-i\omega t\sigma_z/2}\sigma_{\pm}e^{i\omega t\sigma_z/2}$ $= \dots = e^{\mp i\omega t}\sigma_{\pm}$	$e^{i\omega t\sigma_z/2}\sigma_{\pm}e^{-i\omega t\sigma_z/2}$ $= \dots = e^{\pm i\omega t}\sigma_{\pm}$
46 ページ	式 4.42	$e^{-i(\omega_{q1}-\omega_{q2})t}\sigma_{+1}\sigma_{-2}$ $+e^{i(\omega_{q1}-\omega_{q2})t}\sigma_{-1}\sigma_{+2}$	$e^{i(\omega_{q1}-\omega_{q2})t}\sigma_{+1}\sigma_{-2}$ $+e^{-i(\omega_{q1}-\omega_{q2})t}\sigma_{-1}\sigma_{+2}$
47 ページ	式 4.45		(補足 2 参照)
47 ページ	式 4.47	$\sigma_{+} =  1\rangle\langle 0 , \sigma_{-} =  0\rangle\langle 1 $	$\sigma_{+} =  0\rangle\langle 1 , \sigma_{-} =  1\rangle\langle 0 $
50 ページ	式 4.62	$\frac{1}{2}\omega_1\sigma_{z1} + \frac{1}{2}\omega_2\sigma_{z2}$	$\frac{1}{2}\hbar\omega_1\sigma_{z1} + \frac{1}{2}\hbar\omega_2\sigma_{z2}$
50 ページ	式 4.66	$\sigma_{+1}[\sigma_{z2}, \sigma_{+2}]$	$\sigma_{-1}[\sigma_{z2}, \sigma_{+2}]$
51 ページ	式 4.68		(補足 5 参照)
52 ページ	式 4.74	$\sigma_{z1}\sigma_{+}$	$\sigma_{z1}\sigma_{+2}$
52 ページ	式 4.76	$-\sin((\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)t)$	$+\sin((\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)t)$
53 ページ	7 行	iSWAP ゲートや CNOT ゲート	交換相互作用の iSWAP ゲートや CZ ゲート
68 ページ	6 行	第 1 項と第 2 項は調和振動子	第 1 項と第 3 項は調和振動子
68 ページ	式 A.33	$-\frac{E_c}{2}(b^\dagger b)^4$	$-\frac{E_c}{2}(b^\dagger b)^2$

## 1.2 補足 1 (45 ページ 式 4.33)

正誤表に記載の  $\mathcal{H}'_0$  は共振器との結合により少し変化した Hamiltonian であり具体的な表式は、

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_0 = \hbar \left( \omega_r + \frac{g_1^2}{\omega_{q1} - \omega_r} \sigma_{z1} + \frac{g_2^2}{\omega_{q2} - \omega_r} \sigma_{z2} \right) a^\dagger a \\ + \frac{1}{2} \hbar \left( \omega_{q1} + \frac{g_1^2}{\omega_{q1} - \omega_r} \right) \sigma_{z1} + \frac{1}{2} \hbar \left( \omega_{q2} + \frac{g_2^2}{\omega_{q2} - \omega_r} \right) \sigma_{z2}, \end{aligned} \quad (1)$$

となります。

なお上式から明らかですが、共振器の周波数  $\omega_r$  は  $\sigma_{z1}, \sigma_{z2}$  の両方に依存して (実効的に) 変化します。この共振器で分散読み出しを行うことで、複数の量子ビットを一つの共振器で読み出すことが可能です。

## 1.3 補足 2 (46 ページ 式 4.41)

式 4.41 は式 3.70 (33 ページ) と同様になります。

## 1.4 補足 3 (47 ページ 式 4.45)

交換相互作用、

$$A = \sigma_{+1}\sigma_{-2} + \sigma_{-1}\sigma_{+2}, \quad (2)$$

は正則ではありません。このため当然  $A^2 \neq I$  であり、行列指数関数の計算に付録 A.9 の手法を直接利用することはできません。

一方でこの演算子は、

$$A^3 = A, \quad (3)$$

という（冪等のような）性質を持つため、

$$\begin{aligned} e^{-igtA} &= \sum_k \frac{1}{k!} (-igtA)^k \\ &= I + \sum_k \frac{1}{(k+1)!} (-igtA)^{k+1} \\ &= I + A \sum_k \frac{1}{(k+1)!} (-igt)^{k+1} A^k \\ &= I + A \sum_k \left[ \frac{1}{(2k+1)!} (-igt)^{2k+1} A^{2k} + \frac{1}{(2k+2)!} (-igt)^{2k+2} A^{2k+1} \right] \\ &= I + A \sum_k \left[ -i \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} (gt)^{2k+1} I + \frac{(-1)^{k+1}}{(2k+2)!} (gt)^{2k+2} A \right] \\ &= I - i \sin(gt)A + (\cos(gt) - 1)A^2, \end{aligned} \quad (4)$$

として行列指数関数を展開できます。

## 1.5 補足 4 (47 ページ 式 4.47)

該当箇所においては抽象化した Hamiltonian を扱っており、量子ビットの周波数  $\omega_q$  は正の値を想定しています。このとき量子ビットの Hamiltonian の固有状態と固有値（エネルギー）は、

$$\langle 0 | \frac{1}{2} \hbar \omega_q \sigma_z | 0 \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega_q, \quad \langle 1 | \frac{1}{2} \hbar \omega_q \sigma_z | 1 \rangle = -\frac{1}{2} \hbar \omega_q, \quad (5)$$

となり  $|1\rangle$  状態が基底状態となります。このため昇降演算子は、

$$\sigma_+ = |0\rangle\langle 1|, \quad \sigma_- = |1\rangle\langle 0|, \quad (6)$$

となります。この表記は量子ビットの状態ベクトル、

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

及び 33 ページ脚注 14 (前記の正誤表も参照下さい) の昇降演算子の定義、

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{2}(\sigma_x \pm i\sigma_y), \quad (8)$$

と整合します。なお第 4.4 節において昇降演算子は  $\sigma_{+1}\sigma_{-2} + \sigma_{-1}\sigma_{+2}$  のように対称的に現れるため、この訂正は本書の議論には影響しません。

## 1.6 補足 5 (51 ページ 式 4.68)

一部で係数が誤っていました。正しい計算は以下の通りです。

$$\begin{aligned} [\mathcal{H}_i, S] &= -\frac{\hbar g^2}{\delta} [\sigma_{+1}\sigma_{-2} + \sigma_{-1}\sigma_{+2}, \sigma_{+1}\sigma_{-2} - \sigma_{-1}\sigma_{+2}] \\ &= -\frac{\hbar g^2}{\delta} (-[\sigma_{+1}\sigma_{-2}, \sigma_{-1}\sigma_{+2}] + [\sigma_{-1}\sigma_{+2}, \sigma_{+1}\sigma_{-2}]) \\ &= \frac{2\hbar g^2}{\delta} [\sigma_{+1}\sigma_{-2}, \sigma_{-1}\sigma_{+2}] \\ &= \frac{2\hbar g^2}{\delta} (\sigma_{+1}\sigma_{-1}[\sigma_{-2}, \sigma_{+2}] + [\sigma_{+1}, \sigma_{-1}]\sigma_{+2}\sigma_{-2}) \\ &= \frac{2\hbar g^2}{\delta} \left[ -\frac{1}{2}(\sigma_{z1} + 1)\sigma_{z2} + \frac{1}{2}\sigma_{z1}(\sigma_{z2} + 1) \right] \\ &= \frac{\hbar g^2}{\delta} (\sigma_{z1} - \sigma_{z2}), \end{aligned} \quad (9)$$

なお式 4.69 の訂正の必要はありません。

## 1.7 詳細な正誤表

誤植や表記統一等に関わる詳細な正誤表を以下に掲載致します。

表 2 詳細な正誤表 (初版)

該当箇所	誤	正
5 ページ 4 行	Langrangian	Lagrangian
6 ページ 6 行	正準変数 $p_i, q_i$	正準変数 $q_i, p_i$
6 ページ 11 行	交換可能ではない ( $AB \neq BA$ ) であること	交換可能ではない ( $AB \neq BA$ ) こと
7 ページ 脚注 1	物理では	物理学では
8 ページ 8 行	2 量子ビットを考えると、これらは 4 つの状態	2 量子ビットのときには 4 つの状態
9 ページ 12 行	通常テンソル積の記号	テンソル積の記号
10 ページ 8 行	状態が $a_i$	状態が $ a_i\rangle$
12 ページ 式 2.41	$\hbar\omega \left( \hat{n} + \frac{1}{2} \right)$	$\hbar\omega \hat{n}$
13 ページ 25 行	$\hat{n}$ 状態	$ n\rangle$ 状態
13 ページ 式 2.51	$ \hat{n}\rangle, \langle \hat{n} $	$ n\rangle, \langle n $
20 ページ 脚注 3	校正	構成
21 ページ 13 行	二つ	2 つ
22 ページ 2 行	transmon	トランズモン
24 ページ 4 行	正準変数 $q, \phi$	正準変数 $\phi, q$
26 ページ 7 行	Hailtonian	Hamiltonian
31 ページ 7 行	Lgendre	Legendre
31 ページ 式 3.63	$\sqrt{\frac{\hbar}{2}\omega_r C_r (a + a^\dagger)}$	$\sqrt{\frac{\hbar}{2}\omega_r C_r (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)}$
33 ページ 23–24 行	Jayens-Cummings モデル	Jaynes-Cummings モデル
34 ページ 式 3.80	$\frac{\hbar\omega_q}{2} \sigma_z$	$\frac{1}{2} \hbar\omega_q \sigma_z$
34 ページ 式 3.81	(追加)	$\gamma = \frac{g}{\omega_q - \omega_r}$
35 ページ 式 3.84	$\gamma \frac{\hbar\omega_q}{2}$	$\frac{1}{2} \gamma \hbar\omega_q$
35 ページ 式 3.85	$\frac{\hbar\omega_q}{2} \sigma_z, \frac{\gamma \hbar g}{2}$	$\frac{1}{2} \hbar\omega_q \sigma_z, \frac{1}{2} \gamma \hbar g$
36 ページ 式 3.87	$\frac{\hbar\omega_q}{2} \sigma_z, \frac{\gamma \hbar g}{2}, \frac{\hbar}{2}$	$\frac{1}{2} \hbar\omega_q \sigma_z, \frac{1}{2} \gamma \hbar g, \frac{1}{2} \hbar$
36 ページ 式 3.87	(定数項を除いたことを明記)	
36 ページ 脚注 17	読み出しとか	読み出しや
36 ページ 式 3.89	$\frac{\hbar}{2}$	$\frac{1}{2} \hbar$
37 ページ 式 3.93	(不要なため削除)	
37 ページ 式 3.95	$\hat{n}, \hat{\phi}$	$n, \phi$
38 ページ 式 3.104	$a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-$	$a^\dagger\sigma_- + a\sigma_+$
41 ページ 式 4.11	$U^\dagger \mathcal{H} U$	$\mathcal{H}_{\text{rot}}$
41 ページ 式 4.12	$U^\dagger \mathcal{H} U$	$\mathcal{H}_{\text{rot}}$
41 ページ 式 4.13	$U^\dagger \mathcal{H} U$	$\mathcal{H}_{\text{rot}}$

(次ページに続く)

該当箇所	誤	正
44 ページ 式 4.26	$\omega_q^i$	$\omega_{qi}$
44 ページ 式 4.26	( $\gamma_i$ に関する式を別行の数式として分離)	
44 ページ 11 行	及び	及び、
45 ページ 式 4.29	$\hbar\gamma_1, \hbar\gamma_2$	$\gamma_1\hbar, \gamma_2\hbar$
45 ページ 式 4.32	$\hbar\cdots\gamma_1, \hbar\cdots\gamma_2$	$\gamma_1\hbar\cdots, \gamma_2\hbar\cdots$
45 ページ 脚注 4	(論文*1を追加)	
47 ページ 式 4.44	$-i\frac{\mathcal{H}'}{\hbar}t$	$-\frac{i}{\hbar}\mathcal{H}'t$
51 ページ 19 行	この系のドライブ項と呼ばれる	(削除)
55 ページ 1 行	界の様々な	世界の様々な
55 ページ 3 行	IMB	IBM
66 ページ 式 A.16	$\sum_i  i+1\rangle\langle i $	$\sum_m  m+1\rangle\langle m $
66 ページ 式 A.17	(4 行目の式が 3 行目と同様のため削除)	
65-67 ページ A.3-4	(順序の変更)	
66-67 ページ	(全ての $E_C$ を $E_c$ に書き換え)	
67 ページ 12-13 行	(式番号の追加)	
70 ページ 式 A.49	$(e^{tA}[A, B]e^{-tA})$ ,	$(e^{tA}[A, B]e^{-tA})$
73 ページ 7 行	<b>508</b> , 500 (2014).	Nature <b>508</b> , 500 (2014).

\*1 J. Majer *et al.*, “Coupling superconducting qubits via a cavity bus,” Nature **449**, 443 (2007).  
DOI:10.1038/nature06184.